**Лабораторная работа №9**

**КОСВЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ**

 **9.1. Цель работы:** изучение косвенных измерений

 **9.2. Краткое теоретическое введение**

 Методика обработки результатов косвенных измерений установлено в рекомендациях МИ 2083-90 «ГСИ. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оценивание их погрешностей» [9.4.1]. При косвенных измерениях искомое значение ФВ находят расчетом на основании измерения других величин, связанных с измеряемой величиной известной зависимостью

 $А=f(a\_{1},a\_{2},…a\_{m})$ (9.1)

где $a\_{1},a\_{2},…a\_{m}$ – подлежащие прямым измерениям аргументы функции А.

 Поскольку каждый из аргументов $a\_{i}$измеряется с некоторой погрешностью, то задача оценивания погрешности результата сводиться к суммированию погрешностей измерения аргументов.

 Рассмотрим оценку результата измерения и характеристик погрешностей при косвенных измерениях с линейной зависимостью между оцениваемой величиной и измеряемыми аргументами и отсутствием корреляции (взаимной связи) между погрешностями аргументов. Искомая величина А связана с mизмеряемыми аргументами уравнением

$ A= \sum\_{i=1}^{m}b\_{i}a\_{i}$ (9.2)

где $b\_{i}$ – постоянные коэффициенты.

 Учитывая, что корреляция между погрешностями измерений $a\_{i}$ отсутствует, результат измерения $\overbar{А}$ определяет по формуле

$\overbar{ А}= \sum\_{i=1}^{m}b\_{i}\overbar{а}\_{i}$ (9.3)

где $\overbar{а}$– результат измерения $a\_{i}$ с введенными поправками на симметрические погрешности.

 Среднее квадратическое отклонение результата косвенных измерений

$ S\_{\overbar{A}}= \sqrt{\sum\_{i=1}^{m}b\_{i}^{2}}S^{2}(\overbar{a}\_{i})$, (9.4)

где $S(\overbar{a}\_{l})$– СКО результата измерений аргумента $а\_{i}$.

Доверительные границы $ε$ случайной погрешности $\overbar{А}$ при условии, что погрешности результатов измерений распределены по нормальному закону, вычисляют по формуле

$ ε=\pm t\_{p}S\_{\overbar{A}}$, (9.5)

где $t\_{p}$ – коэффициент Стьюдента, соответствующий доверительной вероятности Р и числу степеней свободы *f:*

$ f=\frac{|\sum\_{i=1}^{m}b\_{i}^{2}S^{2}(\overbar{a}\_{i})|}{\sum\_{i=1}^{m}\frac{b\_{i}^{4}S^{4}(\overbar{a}\_{i})}{n\_{i}+1}}-2$ (9.6)

 Здесь $n\_{i}$ – число измерений при определении аргумента $a\_{i}$.

Доверительные границы $θ$ неисключённой систематической погрешности результата косвенного измерения и сумму $θ$ и $ε$ для получения окончательного значения $∆$ рекомендуется вычислять с использованием формул:

$ε=∆х=t\_{p,N}S\_{<x>}$, $Ө= κ\sqrt{\sum\_{i}^{m}Ө\_{i}^{2}}$, $∆=KS\_{Σ}$, $S\_{Σ}=\sqrt{\sum\_{i=1}^{m}\frac{Ө\_{i}^{2}}{3}+S\_{<x>}^{2}}$ ,

$K=\frac{∆x+θ}{S\_{<x>}+\sqrt{\sum\_{i=1}^{m}\frac{θ\_{i}^{2}}{3}}}$(см. лаб. работу №4), в которых $S\_{\overbar{x}}$нужно заменить на $S\_{\overbar{А}}$ .

 При этом неисключенную погрешность определяют по следующей формуле

$θ=k\sqrt{\sum\_{i=1}^{m}b\_{i}^{2}θ\_{i}^{2}}$ (9.7)

 Оценка результата измерения и характеристик погрешности при косвенных измерениях с нелинейной зависимостью между оцениваемой величиной и измеряемыми аргументами и отсутствием корреляции между погрешностями аргументов проводится с использованием метода линеаризации путем разложения нелинейной функции $f(a\_{1},a\_{2}, …a\_{m})$в ряд Тейлора:

$A=f\left(a\_{1},a\_{2}, …a\_{m}\right)=f\left(\overbar{a}\_{1},\overbar{a}\_{2}, …\overbar{a}\_{m}\right)+\sum\_{i=1}^{m}\frac{∂f}{∂a\_{i}}∆a\_{i}+R$, (9.8)

где $\frac{∂f}{∂a\_{i}}$ – первая производная от функции $f$ по аргументу $a\_{i}$ вычисляемая в

точке $f\left(\overbar{a}\_{1},\overbar{a}\_{2}, …\overbar{a}\_{m}\right)$;

 $∆a\_{i}=a\_{i}-\overbar{a}\_{l}$ – отклонение единичного результата измерения от его среднего арифметического значения;

$ R$- остаточный член.

 Метод линеаризации допустим, если можно пренебречь остаточным членом $R$, что возможно при

$ R<0,8\sqrt{\sum\_{i=1}^{m}(\frac{∂f}{∂a\_{i}})^{2}S^{2}(\overbar{a}\_{i})}$ (9.9)

где $S(\overbar{a}\_{l})$ –СКО случайных погрешностей результата измерений $а\_{і}$ – го аргумента.

 Отклонения $∆а\_{і}$ при этом должны быть взяты из возможных значений погрешностей такими, чтобы они максимизировали R.

 Результат измерений вычисляют по следующей формуле:

$\overbar{ А}=f\left(\overbar{a}\_{1},\overbar{a}\_{2}, …\overbar{a}\_{m}\right)$. (9.10)

 Среднее квадратическое отклонение случайной погрешности результата косвенных измерений рассчитывают по формуле

 $S\_{\overbar{A}}= \sqrt{\sum\_{i=1}^{m}(\frac{∂f}{∂a\_{i}})^{2}S^{2}(\overbar{a}\_{i})}$ (9.11)

 Доверительные границы случайной и неисключенной систематической погрешностей результата измерений находят соответственно по формулам

(9.5) и (9.7), заменяя коэффициент $b\_{i}$на $\frac{∂f}{∂a\_{i}}$. Погрешность результата измерений оценивают так же, как при определении погрешности в случае косвенных измерений с линейной зависимостью между оцениваемой величиной и измеряемым аргументами.

 В технических измерениях для определения результата и погрешности измерения можно использовать подход, основанный на методе математического программирования, который сводит аналитическую задачу к вычислительной [9.4.2]. За результат измерения $\overbar{А}$ принимается полусумма максимального и минимального значений функций А:

$\overbar{А}=\frac{A\_{max}+A\_{min}}{2}$ (9.12)

а абсолютная погрешность определяется размахом (полуразностью) этих значений

$∆\_{\overbar{А}}=\frac{A\_{max}-A\_{min}}{2}$ (9.13)

 В этом случае в информации о законе распределения аргументов нет необходимости.

 При вычисления среднего арифметического неравноточных измерений предпочтение следует отдавать измерениям, выполненным с наибольшей точностью. Для этого каждому результату приписывают определенный «вес», т.е. число, характеризующее степень доверия к тому или иному отдельному результату измерений, входящему в ряд неравноточных измерений.

 Тогда при неравноточных измерениях, с весами результатов равноточных измерений $g\_{i.}$ в качестве результата принимают среднее взвешенное значение величины. Его определяют по следующей формуле:

$\overbar{ x}\_{B}=\frac{1}{\sum\_{i=1}^{m}g\_{i}}\sum\_{i=1}^{m}g\_{i}\overbar{x}\_{i}$ (9.14)

где $\overbar{x}\_{i}$ – среднее арифметического ряда равноточных измерений:

$\overbar{x}\_{1}= \frac{1}{n\_{1}}\sum\_{j=1}^{n\_{1}}x\_{1j};\overbar{x}\_{2}= \frac{1}{n\_{2}}\sum\_{j=1}^{n\_{2}}x\_{2j};$…; $\overbar{x}\_{j}= \frac{1}{n\_{i}}\sum\_{j=1}^{n\_{i}}x\_{ij};\overbar{x}\_{m}= \frac{1}{n\_{m}}\sum\_{j=1}^{n\_{m}}x\_{1j};$ (9.15)

где $\overbar{x}\_{ij}$ – единичное измерение (j=1,2,…, n)в ряду равноточных измерений;

$n\_{1},n\_{2},…,n\_{m}$ – число измерений в -м ряду равноточных измерений;

$m$ – число рядов равноточных измерений.

 Вес результата -го ряда равноточных измерений определяют по формуле

$ g\_{i}=\frac{n\_{i}}{S\_{x\_{i}}^{2}}C$ (9.16)

где $n\_{i}$, $S\_{x\_{i}}^{2}$ – объем и дисперсия -го ряда равноточных измерений соответственно;

$C$- любое, отличное от нуля число.

 Обычно $C$ выбирают таким образом чтобы $\sum\_{i=1}^{m}g\_{i}=1.$

Среднюю квадратичную погрешность результата измерений среднего взвешенного значения $S\_{\overbar{X}\_{B}}$определяют по формуле

$ S\_{\overbar{X}\_{B}}=\sqrt{\frac{C}{\sum\_{i=1}^{m}g\_{i}}}$ (9.17)

 Далее обработку ведут как для равноточных измерений, подставляя в формулы вместо $\overbar{x}$ и$S\_{\overbar{x}}$ значения $\overbar{x\_{B}}$ и$S\_{\overbar{x\_{B}}}$.

 Для проверки равноточности двух рядов измерений используют дисперсионный критерий Фишера [9.4.3]. При этом вычисляют дисперсии $S\_{x\_{1}}^{2}$и $S\_{x\_{2}}^{2}$ для каждого ряда измерений, а затем находят дисперсионное отношение Фишера:

$ F=\frac{S\_{x\_{1}}^{2}}{S\_{x\_{2}}^{2}}$ (9.18)

причем необходимым условием является $S\_{x\_{1}}^{2}>S\_{x\_{2}}^{2}$. Измерения считаются неравноточными, если $F$ попадает в критическую область: $F>F\_{q}$. Значения $F\_{q}$ для различных уровней значимости $q$ и числа степеней свободы $k\_{1}=(n\_{1}-1)$и$k\_{2}=(n\_{2}-1)$, где $n\_{1}$ и $n\_{2}$ – число измерений в первом и во втором ряду измерений соответственно, приведены в приложении 1.

 **9.3. Методика и порядок выполнения работы**

 9.3.1. Приборы и принадлежности: мензурка, электронные весы,исследуемые тела.

 9.3.2. Определить полностью $ρ$ материала в системе единиц СГС по результатам измерений объема V (объема вытесненной в мерной мензурке жидкости) и массы m(с помощью электронных весов) двух образцов, изготовленных из анализируемого материала [9.4.3].

 9.3.3. Провести 10 измерений объема и 16 измерений массы первого образца. Найти:

* среднее арифметическое значение массы образца
* среднее арифметическое значение объема образца
* СКО ряда измерений массы
* СКО ряд измерений объема

 9.3.4. Провести 12 измерений объема и 12 измерений массы второго образца. Найти:

* среднее арифметическое значение массы образца
* среднее арифметическое значение объема образца
* СКО ряда измерений массы
* СКО ряд измерений объема

 *Зависимость между плотностью, массой и объема определяется формулой* $ρ=m/$*V. Чтобы воспользоваться этой формулой для оценки действительного значения плотности материала необходимо определить средние из двух рядов измерений (для двух образцов) значения массы и объема. Для этого необходимо поверить равноточность результатов измерений в этих рядах.*

 9.3.5. Составить дисперсионное отношение по формуле (9.18) для рассматриваемых рядов измерений массы и объема образцов ($F\_{m}$и$ F\_{v}$).

 9.3.6. Найти критическое значение критерия Фишера $F\_{q}$ из прил.1 для $q=0,05$ (для вероятности р=0,95) для массы и объема.

 9.3.7. Сравнить $F\_{m}$и$F\_{q}$ и$ F\_{v}$ и $F\_{q}$ сделать выводы.

 9.3.8. Среднее значение массы $\overbar{m}$, *г*можно рассчитать как среднее арифметическое из масс двух образцов.

 9.3.9. Среднее значение объема V можно рассчитать как среднее взвешенное значение их объемов $\overbar{V\_{В}}$. Для расчета $\overbar{V\_{В}}$:

1. нужно определить веса $q\_{1} и q\_{2}$ рядов измерений $\overbar{V}\_{1}$ и $\overbar{V}\_{2}$ с помощью формулы (9.16);
2. полагая что $\sum\_{i=1}^{m}g\_{i}=1.$, нужно найти С;
3. воспользовавшись формулой (9.14) вычислить среднее взвешенное значение $\overbar{V\_{В}}$.

 9.3.10. Оценить действительное значение плотности материала, г/$см^{3}$ ,

как:$\overbar{ρ}=\frac{\overbar{m}}{\overbar{V}\_{B}}$

 9.3.11. Определите СКО погрешности этой оценки. Для этого:

 а) предварительно рассчитайте значения частных производных функции $ρ=m/$V по $∂m$ и $∂V$ при $m=\overbar{m}$ и $V=\overbar{V\_{В}}$ ;

 б) вычислите по формулам $S\_{x\_{Σ}}^{2}=\sum\_{i=1}^{n}S\_{x\_{i}}^{2}$ (исходя из положений теорий вероятностей [9.4.4], дисперсия суммы независимых случайных величин $х\_{1},х\_{2}, …, х\_{n}$ равна арифметической сумме дисперсий этих величин$\tilde{D}\left[x\right]\_{Σ}=\sum\_{i=1}^{n}D\left[x\_{i}\right]$ или $S\_{x\_{Σ}}^{2}=\sum\_{i=1}^{n}S\_{x\_{i}}^{2}$) и (9.17) дисперсии погрешностей оценок для $\overbar{m}$, $г^{2}$ и для $\overbar{V\_{В}}$, $см^{6}.$

 9.3.12. Воспользовавшись формулой (9.11) подсчитайте оценку СКО погрешности результата косвенных измерений, *г*/$см^{3}$ : $S\_{\overbar{ρ}}$ .

 9.3.13. При условии, что систематические погрешности при измерениях $m и V$ были полностью исключены и распределение погрешностей –нормальное (такое допущение в рассматриваемом случае вполне оправдано, поскольку при расчетах $\overbar{ρ}$ были объединены четыре ряда измерений), найти доверительные границы $ε$ случайной погрешности по формуле (9.5) с вероятностью Р=0,95 ($ε=\pm t\_{p,N}S\_{\overbar{p}} ,$)

 9.3.14. Напишите результат измерения в следующем виде: ($\overbar{ρ} \pm ε$) г/$см^{3}$.

 **9.4. Литература**

 9.4.1. МИ 2083-90 «ГСИ. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оценивание их погрешностей»

 9.4.2. Сергеев А.Г., Латышев Н.В., Тегеря В.В. Метрология, стандартизация и сертификация: Учеб. пособие 2-е изд. перераб. и доп/М.: Логос, 2005.

 9.4.3. Рейх Н.И., Туниченков А.А., Цейтлин. Метрологическое обеспечение производства: Учеб. пособие для ВИСМ / под ред. Л.К. Исаева.М.: Изд-во стандартов, 1987.

 9.4.4. Фрумкин В.Д., Рубичев Н.А. Теория вероятностей и статистика в метрологии и измерительной технике. М.: Машиностроение, 1987.

Приожение 1

Значения критерия Фишера $F\_{q}$

для различных уровней значимости $q$

|  |  |
| --- | --- |
| $$k\_{2}$$ | $F\_{q}$при $k\_{1}$, равном |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 12 | 16 | $$\infty $$ |
| $$q=0,05$$ |
| 2 | 18,51 | 19,00 | 19,16 | 19,25 | 19,30 | 19,33 | 19,37 | 19,41 | 19,43 | 19,50 |
| 4 | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,04 | 5,91 | 5,84 | 5,63 |
| 6 | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,15 | 4,00 | 3,92 | 3,67 |
| 8 | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,44 | 3,28 | 3,20 | 2,93 |
| 10 | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,07 | 2,91 | 2,82 | 2,54 |
| 12 | 4,75 | 3,88 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | 2,85 | 2,69 | 2,60 | 2,30 |
| 14 | 4,60 | 3,74 | 3,34 | 3,11 | 2,96 | 2,85 | 2,70 | 2,53 | 2,44 | 2,13 |
| 16 | 4,49 | 3,63 | 3,24 | 3,01 | 2,85 | 2,74 | 2,59 | 2,42 | 2,33 | 2,01 |
| 18 | 4,41 | 3,55 | 3,16 | 2,93 | 2,77 | 2,66 | 2,51 | 2,34 | 2,25 | 1,92 |
| 20 | 4,35 | 3,49 | 3,10 | 2,87 | 2,71 | 2,60 | 2,45 | 2,28 | 2,18 | 1,64 |
| 30 | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | 2,27 | 2,09 | 1,99 | 1,62 |
| $$\infty $$ | 3,84 | 2,99 | 2,60 | 2,37 | 2,21 | 2,09 | 19,4 | 1,75 | 1,64 | 1,00 |
| $$q=0,01$$ |
| 2 | 98,49 | 99,00 | 99,17 | 99,25 | 99,30 | 99,33 | 99,36 | 99,42 | 99,44 | 99,50 |
| 4 | 21,20 | 18,00 | 16,69 | 15,98 | 15,52 | 15,21 | 14,80 | 14,37 | 14,15 | 13,46 |
| 6 | 13,74 | 10,92 | 9,78 | 9,15 | 8,75 | 8,47 | 8,10 | 7,72 | 7,52 | 6,88 |
| 8 | 11,26 | 8,65 | 7,59 | 7,01 | 6,63 | 6,37 | 6,03 | 5,67 | 5,48 | 4,86 |
| 10 | 10,04 | 7,56 | 6,55 | 5,99 | 5,64 | 5,39 | 5,06 | 4,71 | 4,52 | 3,91 |
| 12 | 9,33 | 6,93 | 5,95 | 5,41 | 5,06 | 4,82 | 4,50 | 4,16 | 3,98 | 3,36 |
| 14 | 8,86 | 6,51 | 5,56 | 5,03 | 4,69 | 4,46 | 4,14 | 3,80 | 3,62 | 3,00 |
| 16 | 8,53 | 6,23 | 5,29 | 4,77 | 4,44 | 4,20 | 3,89 | 3,55 | 3,37 | 2,75 |
| 18 | 8,28 | 6,01 | 5,09 | 4,58 | 4,25 | 4,01 | 3,71 | 3,37 | 3,20 | 2,57 |
| 20 | 8,10 | 5,85 | 4,94 | 4,43 | 4,10 | 3,87 | 3,56 | 3,23 | 3,05 | 2,42 |
| 30 | 7,56 | 5,39 | 4,51 | 4,02 | 3,70 | 3,47 | 3,17 | 2,84 | 2,66 | 2,01 |
| $$\infty $$ | 6,64 | 4,60 | 3,78 | 3,32 | 3,02 | 2,80 | 2,51 | 2,18 | 1,99 | 1,00 |

**Лабораториялық жұмысты өңдеуге мысал**

Определить плотность$ ρ$ материала в системе единиц СГС по результатам измерений объема *V*(объема вытесненной в мерной мензурке жидкости) и массы *т* двух образцов, изготовленных из анализируемого материала [9.4.3].

 По результатам 10 измерений объема и 16 измерений массы первого образца было установлено:

* среднее арифметическое значение массы образца $\overbar{m}\_{1}=9,12 г;$
* среднее арифметическое значение объема образца $\overbar{V}\_{1}=1,16 см^{3}$;
* СКО ряда измерений массы $S\_{m\_{2}}=0,04г;$
* СКО ряда измерений объема $S\_{V\_{2}}=0,08см^{3}$.

 По результатам 12 измерений объема и 12 измерений массы второго образца было установлено:

* среднее арифметическое значение массы образца $\overbar{m}\_{1}=11,86 г;$
* среднее арифметическое значение объема образца $\overbar{V}\_{1}=1,56 см^{3}$;
* СКО ряда измерений массы $S\_{m\_{2}}=0,06г;$
* СКО ряда измерений объема $S\_{V\_{2}}=0,04см^{3}$.

Зависимость между плотностью, объемом и массой определяется формулой$ρ=m/V$. Чтобы воспользоваться этой зависимостью для оценки действительного значения плотности материала, в рассматриваемом примере необходимо определить средние из двух рядов измерений (для двух образцов) значения массы и объема. Для этого необходимо проверить равноточность результатов измерений в этих рядах.

Составим дисперсионное отношение по формуле (9.18) для рассматриваемых рядов измерений массы образцов

$$F\_{m}=\frac{S\_{m\_{2}}^{2}}{S\_{m\_{1}}^{2}}=\frac{0,06^{2}}{0,04^{2}}=2,25.$$

Найдем критическое значение критерия Фишера из прил.1 для

$q=0,05; k\_{2}=12-1=11$и$k\_{1}=16-1=15$;$F\_{q}≈2,50$.

 Поскольку $F\_{m}=2,25<F\_{q}=2,50$, ряды измерений массы равноточны.

 Дисперсионное отношение для рядов измерений объема:

$$F\_{V}=\frac{s\_{V\_{1}}^{2}}{S\_{V\_{2}}^{2}}=\frac{0,08^{2}}{0,04^{2}}=4.$$

Критическое значение критерия Фишера для $q=0,05;k\_{1}=10-1=9$и

$k\_{2}=12-1=11$; $F\_{q}≈3,3.$

Так как $F\_{v}=4>F\_{q}=3,3$ (см. прил. 1), то ряды измерений объема неравноточные.

Следовательно, среднее значение массы $m$, г можно рассчитать как среднее арифметическое из масс двух образцов:

$\overbar{m}=\frac{\overbar{m}\_{1}+\overbar{m}\_{2}}{2}=\frac{9,12+11,86}{2}=10,49$,

а среднее значение объема – как среднее взвешенное значение их объемов $\overbar{V}\_{В}$.

Для расчета $\overbar{V}\_{В}$ определим по формуле (9.16) веса $g\_{1}$и $g\_{2}$ рядов измерений $\overbar{V}\_{1}$и $\overbar{V}\_{2}$:

$$g\_{1}=\frac{n\_{v\_{1}}C}{S\_{v\_{1}}^{2}}=\frac{10C}{(0.08)^{2}}=0.16∙10^{4}C;$$

$$g\_{2}=\frac{n\_{v\_{2}}C}{S\_{v\_{2}}^{2}}=\frac{12C}{\left(0.04\right)^{2}}=0.75∙10^{4}C.$$

Полагая$g\_{1}+g\_{2}=1$*,* найдем

$C=\frac{1}{(0,16+0,75)∙10^{4}}=1,1∙10^{-4}$; $g\_{1}=0,18;g\_{2}=0,82.$

Теперь, воспользовавшись формулой (9.14), вычислим среднее взвешенное значение отчетов, $см^{2}:$

$$\overbar{V\_{B}}=\frac{g\_{1}\overbar{V\_{1}}+g\_{2}\overbar{V}\_{2}}{g\_{1}+g\_{2}}=\frac{0,18∙1,16+0,82∙1,56}{0,18+0,82}=1,49.$$

 Следовательно, действительное значение плотности материала г/$см^{3}$, может быть оценено как:

$\overbar{ρ}=\frac{\overbar{m}}{\overbar{V\_{B}}}=\frac{10,49}{1,49}=7,04$.

 Определим СКО погрешности этой оценки. Для этого предварительно рассчитаем значения частных производных функции $ρ=m/V$ по$∂m$и $∂V$при $m=\overbar{m}$и $V=\overbar{V}\_{B}$.

Частная производная по $∂m$ составит, $1/см^{3}$:

$$\left(\frac{∂ρ}{∂m}\right)\_{0}=\frac{1}{\overbar{V}\_{B}}=\frac{1}{1.49}=0,67.$$

Частная производная по $∂V$ составит, $г/см^{6}:$

$$\left(\frac{∂ρ}{∂V}\right)\_{0}=-\frac{\overbar{m}}{\overbar{V}\_{В}^{2}}=-\frac{10,49}{\left(1.49\right)^{2}}=-4,72.$$

Вычислим по формулам $s\_{k\_{Σ}}=\sum\_{i=1}^{n}s\_{x\_{i}}^{2}$ и (9.17) дисперсии погрешностей оценок:

 - для $\overbar{m}$, $г^{2}$,

$s\_{\overbar{m}}^{2}=\frac{1}{4}\left(S\_{\overbar{m}\_{1}}^{2}+S\_{\overbar{m}\_{2}}^{2}\right)=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{n\_{m\_{1}}}S\_{m\_{1}}^{2}+\frac{1}{n\_{m\_{2}}}S\_{m\_{2}}^{2}\right)= \frac{1}{4}\left(\frac{(0.04)^{2}}{16}+\frac{(0.06)^{2}}{12}\right)=1∙10^{-4}$;

 - для $\overbar{V}\_{B}$, $см^{6}$,

$$s\_{\overbar{v}\_{B}}^{2}=\frac{C}{g\_{1}+g\_{2}}=1,1∙10^{-4}.$$

Воспользовавшись формулой (9.11), подсчитаем оценку СКО погрешности результата косвенных измерений г/$см^{3}:$

$S\_{\overbar{ρ}}= \sqrt{\left(0,67\right)^{2}⋅10^{-4}+\left(-4,72\right)^{2}∙1,1∙10^{-4}}$ =0,05.

И наконец, приняв, что систематические погрешности при измерениях $m$ и $V$ были полностью исключены и распределение погрешности – нормальное (такое допущение в рассматриваемом случае вполне оправдано, поскольку при расчетах$\overbar{ρ}$ были объединены четыре ряда результатов измерений ($m\_{1}, m\_{2}, V\_{1},V\_{2}$), можно с вероятностью Р=0,95 утверждать, что действительное значение плотности материала, из которого изготовлены образцы, находится в пределах

от 7,04 – 2 $∙$ 0,05 = 6,94 г/$см^{3}$до 7,04 + 2$∙$ 0,05 = 7,14 г/$см^{3}$.